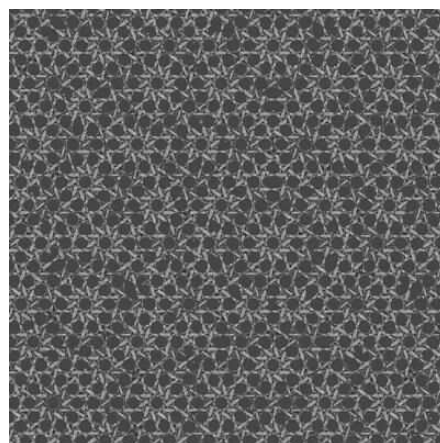


En ny forståelse af rum

Ryszard Nest

SNF¹-centret for ikke-kommutativ geometri er blevet dannet for at videreudvikle de nødvendige matematiske værktøjer til anvendelse af de nyeste koncepter i rumgeometri. Vort mål er at forbedre forståelsen af den fysiske virkelighed ved at fremkomme med midler til at forklare tilsyneladende selvmodsigelser i dens beskrivelse.

Disse to billeder har faktisk noget til fælles - men hvad?

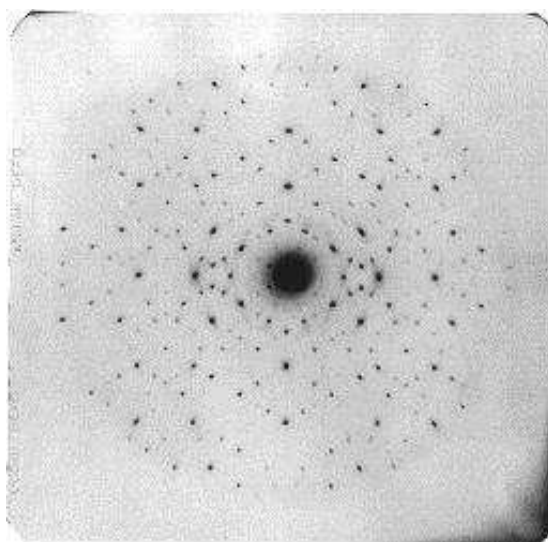


Svaret på dette spørgsmål gives gennem matematik. Matematik er meget mere end blot at lægge tal sammen eller finde punkter på en cirkel. Det er og har altid været et meget vigtigt værktøj, som alle videnskabsfolk bruger til at analysere strukturer, der ikke kan observeres direkte. Men i takt med at vor forståelse af verden omkring os vokser, vokser kravene til de værktøjer vi bruger - og dermed til matematikken.

Et af de nyeste værktøjer kaldes *ikke-kommutativ geometri*. For at forstå hvad det handler om, må vi betragte billederne herover igen. Hvis man omhyggeligt følger linjen på baderingen til venstre vil man se at den aldrig rører et punkt på overfladen mere end en gang. Med andre ord ser det kun ud som om linjen kommer tilbage til sit udgangspunkt. Ser man på mønstret ved siden af, ser det ved første øjekast ud som om det gentager sig selv. Først ved nærmere eftersyn kan man finde små forskelle. Igen ser det ud som om der er symmetri, men i virkeligheden er der ingen sådan.

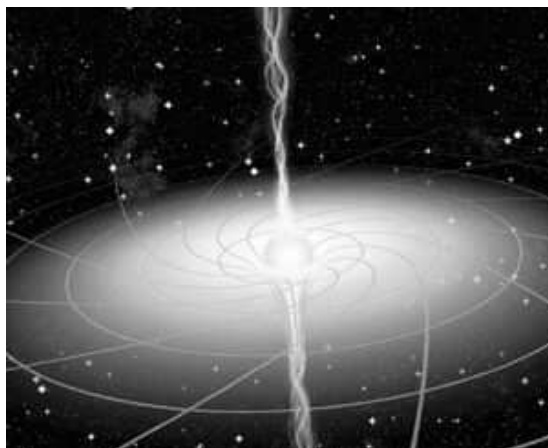
¹Statens Naturvidenskabelige Forskningsråd

Billederne herover er computergenererede og kunne derfor med nogen rimelighed opfattes som blot et leg uden noget formål. Men billedet ved siden af teksten her er et virkeligt såkaldt "diffraktionsmønster", som kan opnås ved at sende lys gennem et krystallinsk materiale som salt. Havde man vist det til en kemiker for 25 år siden, ville han ikke have troet, at det var ægte. På det tidspunkt havde man en forståelse af, at naturen kun producerer et begrænset antal af 100 % symmetriske mønstre. Men i takt med at kemikere udviklede nye og mere komplekse materialer, opdagedes "abnorme mønstre". Sådanne mønstre er igen næsten symmetriske, men dannet ud fra naturligt forekommende materialer såsom sofistikerede metallegeringer. Faktisk er det krystallignende billede herover en repræsentation af en menneskeskabt legering, der frembringer diffraktionsmønsteret her.



Det er af stor betydning for videnskabsfolk at kunne forstå og forklare sådanne næsten-symmetrier således at man kan arbejde videre med dem. Det viser sig dog, at det kræver en ny måde at tænke på rum at tilfredsstillende forklare disse fænomener. Problemet er at på mikroskopisk niveau bliver vort traditionelle afstandsbegreb utilstrækkeligt. For eksempel er det i en vis forstand ikke muligt at på samme tid bestemme både længde og højde af en lille kasse.

En matematiker beskriver denne situation ved at sige, at rumkoordinaterne af længde og højde ikke kommuterer. Selv ideen om et punkt som en meget veldefineret prik på en overflade må forkastes. I stedet arbejdes med "fuzzy points", hvis to koordinater ikke kan angives samtidig. Som en konsekvens heraf kan selv meget simple rum, som videnskabsfolk traditionelt har behandlet som enkeltstående punkter, have flere forskellige geometriske strukturer.



Dette har en lang række uventede konsekvenser. For eksempel vil en ikke-kommutativ rumstruktur ændre forståelsen af tid. Tid har ellers altid været opfattet som uafhængig af rum, men "fuzzy" ikke-kommutative strukturer kræver, at tid opfattes som skabt af rum. Dette kan illustreres nærmere ud fra den sidste figur, der fremstiller et roterende sort hul - en af de mange som man kan finde på nettet. Astronomerne fortæller os, at tæt ved et sådant uhyrligt objekt bevæger tiden sig anderledes end i det sædvanlige rum på grund af hullets enorme masse, - der findes ingen mulighed for at undgå at falde ind i "hullet". I den ikke-kommutative verden optræder samme effekt direkte som følge af den interne struktur af tids-rum, uden at koncentration af massen behøver at spille nogen rolle heri. Denne egenskab rækker langt i forhold til at forklare visse selvmodsigelser i moderne fysik.

Ikke-kommutativ geometri er en relativt nyudviklet disciplin, som for omtrent 20 år siden skabtes ud fra et ønske om at finslibe visse modeller for fænomener på atomart niveau, som de næsten-symmetriske diffraktionsmønstre herover. Da fysikere og kemikere begyndte at trænge dybere ind i naturen, syntes deres resultater at være mere og mere selvmodsigende, når de behandlede med de klassiske matematiske metoder. Men naturen modsiger jo ikke sig selv, så dette betyder, at disse gamle værktøjer er utilstrækkelige og at bedre metoder, så som ikke-kommutativ geometri, må udvikles.

Ikke-kommutativ geometri kræver en mere holistisk og universel tilgang til matematik. Matematikere fra forskellige og traditionelt adskilte fagområder må arbejde sammen for at kunne dække de forskellige aspekter knyttet til de ovenfor beskrevne tilsyneladende selvmodsigelser. Samtidigt nærmer matematik sig også moderne fysik og kompletteres med en mere eksperimentel tilgang.

SNF-centret i ikke-kommutativ geometri er blevet dannet af en gruppe forskere ved Københavns Universitets Matematiske Afdeling for at sikre aktiv dansk medvirken i udviklingen af dette unge og spændende forskningsfelt, og for at skabe et optimalt miljø for den næste generation af unge danske matematikere.

Mere information på <http://www.math.ku.dk/ncgcenter/>