

FAMØS

Fagblad for Aktuar, Matematik, -Økonomi og Statistik

18. årgang, nr. 3, marts 2005

Forårets ånd byder matematikkens genie op

Indhold

Præmieopgaver	3
– Vind en Mystisk Flaske!	
Tegning	4
– af Kristoffer	
Spektralfølger	5
– Formidlingsaktivitet af Manisha Montgomery	
Side 9-sætning: Om at tælle $\mathbb{Q}_+$	9
– af Taus Brock-Nannestad	
Georg Mohr Vinderseminar	13
– En deltager beretter	
Kryds & Tværs	16
– Sjøv & Spas	
Opgavebesvarelser	20
– Se hvem der vandt en Mystisk Flaske	
Marie-Sophie Germain (1776-1831)	22
– Tredje del i vores artikelserie om kvindelige matematikere	
Jubilæumsdigt: “On Denoting”	28
– Bertrand Russell udsat for kærlig ironi	

FAMØS marts 2005.
Fagblad for Aktuar-, Matematik-,
Økonomi- og Statistikstuderende ved
Københavns Universitet.

Redaktionsgruppe:

Mathias Winther Madsen
Sara Arklint (ansvh.)
Tarje Bargheer
Taus Brock-Nannestad
Ulrik Torben Buchholtz

Tegner:

Anne Vinkel Hansen
Kristoffer Søndergård Martinsen

Deadline for næste nummer:
Fredag den 6. maj 2005

Indlæg modtages gerne og bedes sendt
til **famos@math.ku.dk** – meget gerne
skrevet i $\text{\LaTeX}$.

FAMØS' dueslag på Matematisk
Afdelings sekretariat kan til nøds også
bruges.

FAMØS er et internt fagblad.

Eftertryk tilladt med kildeangivelse.

Fagbladet FAMØS
c/o Institut for matematiske fag
Matematisk Afdeling
Universitetsparken 5
2100 København Ø
<http://math.ku.dk/famos/>

Tryk: HCØ Tryk
Oplag: 500 stk.
ISSN 1395-2145

arbejde med elastiske pladers svingninger var et af de grundlæggende arbejder indenfor den moderne elasticitetsteori. Som anerkendelse for hendes forskning blev hun tildelt en medalje fra Institut de France.

Marie-Sophie Germain fik herefter som den første kvinde der ikke var gift med et medlem lov til at følge Videnskabsakademiets forelæsninger. Det

lykkedes hende også at genoptage forbindelsen med Carl Friedrich Gauss, som overbeviste universitet i Göttingen om at hun skulle tildeles en æresgrad. Desværre fik Marie-Sophie Germain i 1829 brystkræft, men bekæmpede det i nogle år for til sidst at måtte bukke under den 27. juni 1831, før ceremonien ved universitetet i Göttingen.

Kilder:

Victor J. Katz: A History of Mathematics, Addison-Wesley 1998

<http://www.sdsc.edu/ScienceWomen/germain.html>

<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/Mathematicians/Germain.html>

<http://www.agnesscott.edu/lriddle/women/germain.htm>

Præmieopgaver

Ulrik Torben Buchholtz

Disse opgaver er ikke puzzles. (Påstanden kan eftervises ved inspektion.) Taus havde nemlig for travlt med Side 9-sætningen. Send en mail til FAMØS, hvis du gerne vil have Taus til at lave puzzles igen.

Send også gerne en mail, hvis du har forslag til opgaver.

Og send selvfølgelig gerne en besvarelse af mindst en af nedenstående opgaver. Vi trækker lod blandt de – efter vores på ingen måde objektive vurdering – bedste besvarelser. Vinderen får en Mystisk Flaske.

Opgave 1

Trekant ABC er retvinklet med vinkel A ret, D er skæringspunktet mellem højden fra A og siden BC . Linjen, der forbinder centrum for de indskrevne cirkler i trekant ABD og ACD , skærer AB i K og AC i L . Vis, at arealet af trekant ABC er mindst det dobbelte af arealet af trekant AKL .

Opgave 2

Lad $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ være defineret ved, at $f(n)$ er antallet af 1-taller i den binære repræsentation af n . Udregn

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{f(n)}{n(n+1)}.$$

løsninger. Ved hjælp af hendes metode lykkedes det i 1825 for Gustav Lejeune-Dirichlet og Adrien-Marie Legendre, uafhængigt af hinanden, at bevise Fermats Store Sætning i tilfældet $n = 5$. Deres beviser byggede på Marie-Sophie Germain's forarbejde. Fjorten år senere lykkedes det for Gabriel Lamé at tilføje nogle nye elementer til Marie-Sophie Germain's metode og på den måde bevise Fermats Store Sætning i tilfældet $n = 7$.

Marie-Sophie Germain's største bidrag til matematikken ville måske for altid have været tilskrevet Monsieur Le Blanc, hvis det ikke havde været fordi Napoleon i 1806 besluttede at invadere Preussen. Den franske hær stormede den ene tyske by efter den anden og Marie-Sophie Germain begyndte at frygte for Carl Friedrich Gauss' sikkerhed. Måske tænkte hun tilbage på den historie hun havde læst som 13-årig om Archimedes og var bange for at samme skæbne skulle overgå Carl Friedrich Gauss. Under alle omstændigheder sendte hun en besked til en ven af familien, general Joseph-Marie Pernety, der havde kommandoen over de fremrykkende styrker og bad ham garantere for Carl Friedrich Gauss' sikkerhed. Som følge deraf fik Carl Friedrich Gauss at vide at han kunne takke Mademoiselle Germain for sit liv og det undrede ham noget, da han ikke kendte en person ved det navn. Derfor afslørede Marie-Sophie Germain modstræbende sin sande identitet i sit næste brev til Carl Friedrich Gauss. Heldigvis blev han alt andet en vred, men skrev tilbage og udtrykte sin beundring for hendes arbejde og sin fulde forståelse for de vanskeligheder hun måtte have

haft på grund af sit køn.

Anvendt matematik

Marie-Sophie Germain's brevudveksling med Carl Friedrich Gauss var en stor inspirationskilde til hendes arbejde i den periode fra 1804 til 1808, hvor de skrev sammen. I 1808 sluttede forbindelse imidlertid brat, da Carl Friedrich Gauss blev udnævnt til astronomiprofessor ved Göttingen og derfor ikke længere fandt det interessant at udveksle breve om talteori med Marie-Sophie Germain.

I 1808 skete der også en anden ting, der fik stor indflydelse på Marie-Sophie Germain's liv. Den tyske fysiker Ernst F. F. Chladni besøgte Paris og viste et eksperiment med sand på små vibrerende glasplader. Han konstaterede at sandet samlede sig i bestemte mønstre, når han fik pladen til at vibrere ved at køre en violinbue på kanten af den vandrette plade og at mønstrene afhang af hvor og hvordan han brugte violinbuen. Der var ikke nogen der havde en forklaring på dette fysiske eksperiment, der er kendt under betegnelsen Chladnifigurer. Så Napoleon dannede en komite, der skulle uddele en pris til den, der kunne komme med et matematisk forklaring på disse sandmønstre. Marie-Sophie Germain gik i gang med at arbejde på denne opgave og var den eneste deltager. Desværre havde hun ikke den fornødne viden om fysik til at kunne lave en fyldestgørende besvarelse. Men hun havde mange gode og rigtige idéer, og da hun fik hjælp af Joseph-Louis Lagrange til rette sine fejl, lykkedes det hende i 1816 at vinde prisen i sit tredje forsøg. Hendes

udgive sig for at være en tidligere studerende ved navn Antoine-August Le Blanc, der havde forladt Paris. Universitetet var ikke klar over at den virkelige Monsieur Le Blanc havde forladt Paris og blev ved med at trykke forelæsningsnoter og opgaver til ham. Marie-Sophie Germain fik fat i hans materiale og kunne på den måde hver uge aflevere opgavebesvarelser under pseudonymet. Hun kunne dog ikke møde op på universitetet og følge forelæsningerne for så ville det blive opdaget at hun var en kvinde. Det gik godt i nogle måneder, men så begyndte forelæseren på analysekurset, Joseph-Louis Lagrange, at undre sig over den forvandling der var sket med Monsieur Le Blanc. Før havde han været en noget dårlig og uduelig elev, og nu var han pludselig begyndt at aflevere nogle fremragende besvarelser. Joseph-Louis Lagrange bad derfor om et møde med sin elev og Marie-Sophie Germain blev tvunget til at afsløre sin sande identitet. Heldigvis tog han det pænt og blev hendes vejleder og ven. Dette førte til at Marie-Sophie Germain ikke længere nøjes med at løse opgaver, men gik over til at dyrke de mere udforskede områder af matematikken, da hun nu havde mulighed for at få professionel vejledning.

Marie-Sophie Germain begyndte blandt andet at skrive til Adrien-Marie Legendre angående nogle problemer, som han havde skitseret i sin bog fra 1798, *Essai sur le Théorie des nombres*. Brevvekslingen betød at Adrien-Marie Legendre senere offentliggjorde nogle af Marie-Sophie Germaines opdagelser i et supplement til den anden udgave af sin bog.

Fermats Store Sætning

Efter at Marie-Sophie Germain havde kastet sig over talteorien, fik hun kendskab til Fermats Store Sætning. Hun arbejdede med problemet i flere år og kom med en masse idéer. Men hun havde brug for at høre en anden talteoretikers mening og besluttede sig for at gå direkte til toppen, nemlig at rådføre sig med Carl Friedrich Gauss. Selvom Marie-Sophie Germain på dette tidspunkt var blevet delvist respekteret i Paris var hun bange for at denne store tyske matematiker ikke ville tage hende alvorligt eller måske ignorere hendes breve, fordi hun var en kvinde, så hun skrev til ham under sit gamle pseudonym Monsieur Le Blanc.

Nogle af de idéer som Marie-Sophie Germain havde fået om Fermat Store Sætning var at det måske ville være en bedre strategi at prøve at sige noget om mange tilfælde på én gang frem for at bevise et specielt tilfælde. Femoghalvfjerds år tidligere havde Euler offentliggjort sit bevis for tilfældet $n = 3$, men det var ikke lykkedes at bevise andre specialtilfælde. Marie-Sophie Germain fik imidlertid den idé at betragte de primtal p med den særlige egenskab at $2p + 1$ også var et primtal. På listen indgår f.eks. 5, fordi $11 (2 \cdot 5 + 1)$ også er et primtal, men 7 indgår ikke, fordi $15 (2 \cdot 7 + 1)$ ikke er et primtal. For værdier af n lig med disse primtal brugte hun et elegant argument til at vise at der sandsynligvis ikke var nogen løsninger til ligningen $x^n + y^n = z^n$. Med sandsynligvis mente hun at hvis der fandtes en løsning ville enten x , y eller z være et multiplum af n og det ville sætte strenge betingelser for de mulige

Spektralfølger

Manisha Montgomery

I en koncentrationslejr under anden verdenskrig opfandt Jean Leray spektralfølgebegrebet. Formålet var for Leray at bestemme homologi og kohomologi af kædekomplekser. Siden da har anvendelsen af spektralfølger spredt sig til andre grene af matematikken, og bruges inden for områder som topologi, algebraisk topologi, differentialgeometri og algebraisk geometri.

Et interessant eksempel på hvad man kan bruge spektralfølger til, er den generelle version af Künneths sætning for dobbeltkomplekser, nemlig Künneths spektralfølgesætning.

Sætning. *Lad (K^*, d_K) og (L^*, d_L) være to $\mathbb{N}_0$ -differentialgraderede moduler over en kommutativ ring R . Lad K^* være flad og lad d_K og d_L begge have grad 1. Da gælder:*

Der eksisterer en spektralfølge med

$$E_2^{p,q} \simeq \bigoplus_{a+b=q} \text{Tor}_{-p}^R(H^a(K^*), H^b(L^*)).$$

Denne spektralfølge ligger i anden kvadrant. Hvis spektralfølgen konvergerer, da konvergerer den mod $H(K^ \otimes_R L^*, d_\otimes)$.*

Jeg vil i denne artikel introducere nogle af de vigtige begreber der optræder i denne sætning. Formålet er ikke at give en fuldstændig forståelse for sætningen, men blot at give en ide om hvad spektralfølger er. Beviset for sætningen vil vi ikke komme ind på, men blot henvise til [McCleary].

Definition af spektralfølger

Definition: *Differentialbigraderet modul.*

$A^{*,*}$ er en differentialbigraderet modul, hvis følgende er opfyldt:

1. $A^{*,*} = \{A^{p,q}\}_{p,q \in \mathbb{Z}}$, hvor $A^{p,q}$ er en modul for alle $p, q \in \mathbb{Z}$. $A^{*,*}$ er altså en familie af moduler over R .
2. $A^{*,*}$ har et differentiale d_A af bigrad enten $(s, 1 - s)$ eller $(-s, -1 + s)$, for et $s \in \mathbb{Z}$. Det vil sige, at for alle par $(p, q) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ findes der en homomorfi kaldet d_A , således at enten $d_A : A^{p,q} \rightarrow A^{p+s, q+1-s}$ (grad $(s, 1 - s)$) eller $d_A : A^{p,q} \rightarrow A^{p-s, q-1+s}$ (grad $(-s, -1 + s)$), samt at $d_A \circ d_A = 0$. Vi betegner altså med d_A elementerne i en mængde af afbildninger med samme navn, der opfylder ovenstående krav.

Den differentialbigraduerede modul $A^{*,*}$ med differentiale d_A skrives $(A^{*,*}, d_A)$.

Definition: *Spektralfølge.*

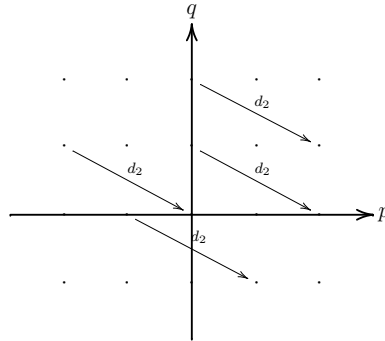
En spektralfølge er en familie af differentialbigraduerede moduler $\{E_r^{*,*}, d_r\}_{r \in \mathbb{N}}$, om hvilken der gælder følgende:

1. Differentialerne, $\{d_r\}_{r \in \mathbb{N}}$, har alle enten bigrad $(r, 1-r)$ eller alle bigrad $(-r, -1+r)$. I første tilfælde er spektralfølgen af kohomologisk type, i andet tilfælde af homologisk type.
2. For $p, q \in \mathbb{Z}$ og $r \in \mathbb{N}$ gælder, for den kohomologiske type, at

$$E_{r+1}^{p,q} \simeq H^{p,q}(E_r^{*,*}, d_r) = \frac{\ker(d_r : E_r^{p,q} \rightarrow E_r^{p+r,q+1-r})}{\operatorname{im}(d_r : E_r^{p-r,q-1+r} \rightarrow E_r^{p,q})}$$

og tilsvarende for den homologiske type.

Det r 'te element i familien kaldes for spektralfølgens E_r -side, og vi illustrerer denne ved i hvert gitterpunkt (p, q) i planen at placere $E_r^{p,q}$. Differentialerne bliver da illustreret ved vektoren med koordinaterne $(r, 1-r)$ eller $(-r, -1+r)$ alt efter spektralfølgens type. E_2 -siden af en spektralfølge af kohomologisk type ser altså således ud:



Hvis der om en spektralfølge gælder, at $E_r^{p,q} \simeq \{0\}$ når $p < 0$ eller $q < 0$, siger vi, at spektralfølgen ligger i 1. kvadrant. Tilsvarende defineres 2., 3. og 4. kvadrant spektralfølger.

Bemærkning. Kravet om at $d_A \circ d_A = 0$ i definitionen af differentialbigraduerede moduler sikrer os, at vi kan komme fra en side af en spektralfølge til den næste ved at tage homologi (se definitionen af spektralfølger punkt 2). Bemærk endvidere, at differentialerne ikke kan have vilkårlige bigrader, da de afhænger af r . Desuden bestemmer differentialerne i E_r -siden E_{r+1} men ikke d_{r+1} .

Rædselsperioden. Men selvom Marie-Sophie Germain far var velstående, var han ikke en del af det franske aristokrati. De voldsomme begivenheder i Paris gjorde dog at Marie-Sophie Germain blev holdt hjemme og hun fik derfor masser af tid til gå på opdagelse i sin fars veludrustet bibliotek.

Marie-Sophie Germain første biografi, en italiensk matematiker og ven af familien ved navn Guglielmo Libri-Carrucci dalla Sommaja er kilden til to historier om Marie-Sophie Germain, der fortæller om hendes første interesse for matematikken og hvad hun måtte overvinde for at få lov til at studere matematik for sine forældre.

Den første historie handler om at Marie-Sophie Germain som 13-årig gik på opdagelse i sin fars bibliotek og her faldt over Jean-Etienne Montuclas bog *Matematikkens historie* og blev meget fascineret af hans historie om Archimedes, især om beretningen om hans død. Ifølge legenden var Archimedes så opslugt af at studere en geometrisk figur i sandet, at han ignorerede spørgsmål ("Forstyr ikke mine cirkler!") fra en romersk soldat, der i sin vrede gennem-borede ham med sit spyd. Legendens er nok bare ikke helt korrekt, Archimedes blev nok snarere dræbt af den romerske soldat, fordi han stod bag dele af Syracus' forsvar, han havde bygget en katapult og opfundet en spejlsystem, der kunne fokusere sollyset på de romerske skibe og sætte deres sejl i brand, for at forhindre romerne i at indtage Syracus. Men hvorom alt er så fortæller Guglielmo Libri-Carrucci dalla Sommaja at Marie-Sophie Germain blev så betaget af legenden, at hun fandt at matematik måtte være det mest fængslende fag

i verden (og det må man da give hende ret i), når man kunne være så optaget af det at det kunne føre til døden.

Den anden historie handler om at Marie-Sophie Germain efter at have læst om Archimedes gik i gang med at læse om talteori og analyse, og sad til langt ud på natten for at studere værker af Euler og Newton. Men hendes pludselige interesse for et, ifølge samfundet, ukvindeligt fag bekymrede hendes forældre og de konfiskerede derfor hendes stearinlys, kaminbrænde og tøj for at forhindre hende i at studere. Dette forhindrede dog ikke Marie-Sophie Germain i at blive ved med at studere om natten. Hun skaffede en hemmelig forsyning af stearinlys og brugte sit sengetøj til at holde varmen. Så selv om hun bliver beskrevet som sky og kejtet havde hun da også noget af en viljestyrke, og enden blev at hun fik lov af forældrene til at fortsætte sine studier. Marie-Sophie Germain blev aldrig gift, og hendes uddannelse og forskning blev finansieret af hendes far.

Monsieur Le Blanc

Selvom Marie-Sophie Germain havde forældrenes accept af sit ønske om at studere matematik på et højere plan, var det ikke muligt for hende at komme ind på et universitet på grund af sit køn, så i mange år måtte hun studere for sig selv. Men så kom der en mulighed. I 1794 åbnede École Polytechnique i Paris og det ville have været det oplagte sted for Marie-Sophie Germain at studere. Desværre var det kun tilladt for mænd at læse der og Marie-Sophie Germain prøvede ikke at presse skolens ledelse. I stedet valgte hun at

Marie-Sophie Germain (1776-1831)

Sanne Hansen

Historien om Marie-Sophie Germain er anderledes og dog så ens med historierne om Sofia Kovalevskaya og Maria Gaetana Agnesi. De har alle tre måtte kæmpe hårdt mod samfundet (og til en vis grad også mod familien) for at få lov til at forfølge deres passion og studere matematik.

På Marie-Sophie Germain's tid blev kvinder af hendes sociale status ikke opfordret til at studere matematik, men man forventede at de havde et så fyldestgørende kendskab til emnet, at de kunne konversere om det til selskabsbrug. Til det formål var der blevet skrevet en række bøger, som skulle forklare nogle af de seneste teorier om emnet for de unge damer. F.eks. skrev Francesco Algarotti en bog der hed *Isaac Newtons filosofi til brug for damer*. Måske fordi Francesco Algarotti fejlagtigt troede at kvinder kun var interesseret i romantik, forklarede han Newtons opdagelser ved at lade en fransk adelsdame og en samtalepartner have en noget flirtende dialog. Et sted i bogen forsøger samtalepartneren at skitsere Newtons afstandskvadratlov for gravitationen, hvorpå adelsdamen kommer med sin egen personlige fortolkning af den fysiske lov ved at sige noget i stil med: Jeg kan ikke lade være med at tænke på at denne lov også kan iagttages i kærligheden, så efter

otte dages fravær bliver kærligheden fireogtres gange mindre end på den første dag.

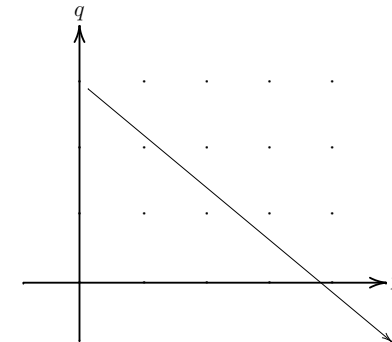
Naturligt nok var denne vældig galante boggenre ikke nogen guldgrube til viden for en kvinde, der virkelig vil studere matematik. Derfor var også Marie-Sophie Germain nødt til at forsøge at følge undervisningen på et universitet. Men ligesom for Sofia Kovalevskaya og Maria Gaetana Agnesi var universiteterne lukket land, fordi de kun var for mænd. Modsat Sofia Kovalevskaya og Maria Gaetana Agnesi der kæmpede for at få lov til at studere ved universiteterne til trods for deres køn, valgte Marie-Sophie Germain en alternativ fremgangsmåde. Hun overtog en tidligere studerendes identitet og brugte det mandlige pseudonym, Monsieur Le Blanc, for på den måde at kunne få forelæsningsnoter og opgaver fra universitetet i Paris.

Barndom og ungdom

Marie-Sophie Germain blev født den 1. april 1776 i Paris af en velhavende købmand, Ambroise-Francois Germain og Marie-Madelaine Gruguelin. Hun var den mellemste i en søskendeflok på 3 piger. Marie-Sophie Germain voksede op under den franske revolution og hendes studier af matematik foregik under

Målet for 1. kvadrant spektralfølger

Vi er interesserede i, hvordan E_r -siden for en 1. kvadrant spektralfølge af kohomologisk type ser ud, når r vokser. Jo større r bliver, desto flere differentialer vil pege uden for 1. kvadrant og dermed være nulafbildninger, hvis kerne selvfølgelig er hele definitionsområdet. Når vi så går videre til næste side ved at tage homologi, vil alle de gitterpunkter hvis differentiale "stikker uden for", forblive de samme som i siden før. Mere formelt: Lad en 1. kvadrant spektralfølge $\{E_r^{*,*}, d_r\}_{r \in \mathbb{N}}$ af kohomologisk type være givet. Betragt $E_r^{p,q}$ for $r \in \mathbb{N}$, $p, q \in \mathbb{N}_0$ hvor $r > \max\{p, q + 1\}$. På følgende illustration er $r = 5, p = 4, q = 3$.



d_r har bigrad $(r, 1 - r)$ og vi har $d_r : E_r^{p,q} \rightarrow E_r^{p+r, q+1-r}$. Da $r > q + 1$ er $0 > q + 1 - r$, og dermed er $E_r^{p+r, q+1-r} \simeq \{0\}$ da $\{E_r^{*,*}, d_r\}_{r \in \mathbb{N}}$ jo er en 1. kvadrant spektralfølge. Dermed er d_r nulafbildningen og følgelig er $\ker d_r = E_r^{p,q}$. Ser vi samtidig på $d_r : E_r^{p-r, q-1+r} \rightarrow E_r^{p,q}$ får vi, da $r > p$ medfører $0 > p - r$, at $E_r^{p-r, q-1+r} \simeq \{0\}$ således at $\text{im } d_r$ bliver trivial. Da vi kommer fra en side til den næste ved at tage homologi, får vi, at $E_{r+1}^{p,q} \simeq \frac{E_r^{p,q}}{\{0\}} = E_r^{p,q}$. Lader vi r vokse får vi altså, at $E_{r+k}^{p,q} = E_r^{p,q}$ for $k \geq 0$. Vi kalder modulen $E_r^{p,q}$ for målet for spektralfølgen i (p, q) og betegner den $E_\infty^{p,q}$.

For 2., 3. og 4. kvadrant spektralfølger er det mere kompliceret at definere målet. Man er da nødt til at beskrive spektralfølgen ved hjælp af et såkaldt tårn af undermoduler af en given modul. Ud fra dette tårn kan vi da definere målet for spektralfølgen. Uden af gå i detaljer vedrørende konstruktionen af tårnet, følger her den mere præcise definition af $E_\infty^{p,q}$.

Definition: $E_\infty^{p,q}$.

Lad $\{E_r^{*,*}, d_r\}_{r \in \mathbb{N}}$ være en spektralfølge af kohomologisk type, og lad

$$B_2 \subseteq B_3 \subseteq \dots \subseteq B_n \subseteq \dots \subseteq Z_n \subseteq \dots \subseteq Z_3 \subseteq Z_2 \subseteq E_2^{p,q}$$

være tårnet for denne spektralfølge hørende til (p, q) . Vi siger, at et element $e \in E_2^{p,q}$ overlever til det r 'te niveau, hvis e ligger i kernen for differentialerne

$d_2, d_3, \dots, d_{r-1}$. Vi definerer $Z_\infty^{p,q} := \cap_{n \in \{2,3,\dots\}} Z_n^{p,q}$, det vil sige undermodulen af $E_2^{p,q}$, der består af elementerne, der overlever ethvert niveau. Tilsvarende definerer vi $B_\infty^{p,q} := \cup_{n \in \{2,3,\dots\}} B_n^{p,q}$. Det kan vises, at $B_\infty^{p,q} \subseteq Z_\infty^{p,q}$, således at vi kan give den ønskede definition

$$E_\infty^{p,q} := Z_\infty^{p,q} / B_\infty^{p,q}.$$

$E_\infty^{p,q}$ kaldes målet for spektralfølgen i (p, q) .

Fra definitionen ses det, at $E_\infty^{p,q}$ løst sagt er den modul, man når frem til efter en uendelig række beregninger af homologi. Det er dog ofte ikke målet for en spektralfølge vi ønsker at bestemme, men derimod den modul følgen konvergerer mod. Man definere konvergensbegrebet ved hjælp af målet for en spektralfølge, men vi vil ikke gå videre ind i dette.

Der er flere måder, hvorpå en spektralfølge kan opstå. Det kan være via en filtreret differentialgraderet modul eller via et eksakt par bestående af to bigraderede moduler med tre homomorfier, der gennem en itereret proces bestemmer en spektralfølge (faktisk giver disse to meget forskellige metoder anledning til den samme spektralfølge). I beviset for Künneths spektralfølgesætning anvendes et dobbeltkompleks med filtreringer som også giver anledning til en spektralfølge. For en dybere indføring i emnet spektralfølger henvises til [McCleary].

Litteraturliste

[McCleary] J. McCleary: *A User's Guide to Spectral Sequences*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom (2001).

[Weibel] C. A. Weibel: *An introduction to homological algebra*, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom (1994).

Endelig kan I her se den rigtige løsning på sidste nummers puzzle. Vanen tro opsummerer vi først opgaveformuleringen:

Formålet med denne type puzzle er, at skrive tallene $1, \dots, 6$ i felterne således at følgende betingelser er opfyldt:

1. Et tal må ikke optræde to eller flere gange i den samme søjle eller række. (De der har fulgt MatXX vil genkende dette som værende definitionen på et latinsk kvadrat. Hvis man har haft gruppeteori kan man forestille sig en gruppetavle).
2. Tallene ude på sidelinierne angiver hvor mange tal man kan "se" i den pågældende række eller søjle når man kigger ind i kvadratet fra tallet på sidelinien. Bemærk at man i den højre søjle kigger mod venstre, og ligeledes i den nederste række kigger opad.

Og her er løsningen:

		3	3	2	1	2	3	
3	2	1	5	6	4	3	3	
3	4	5	6	1	3	2	3	
4	1	3	2	4	6	5	2	
1	6	2	1	3	5	4	3	
2	5	4	3	2	1	6	1	
2	3	6	4	5	2	1	4	
		3	1	2	2	3	2	

Opgavebesvarelser

Taus Brock-Nannestad

Muligheden for at vinde en flaske sprut var i sandhed noget de unge friske, frejdige matematikstuderende kunne forstå. Antallet af besvarelser er derfor også steget markant i forhold til sidste nummer. Rigtige besvarelser blev indleveret af:

Randi ('02) & 202 ('03) & Mathilde ('01),
Rune Kaasen ('00) & Niels Kjærsgaard ('00),
Marta Lisa Diaz ('02),
Troels Windfeldt ('98, Ph.D.-stud.),
Philip Skov Knudsen (datalog),
Jakob Svendsen ('02),
Rasmus Hansen (fysiker),
Krarup ('04),
Lemming ('04),
Thomas Krumholt ('02),
Michael Hansen ('02),
Caroline Jørgensen (aktuar 2002),
Helle Bjerg Petersen ('03),
Katja Skaaning ('02),
Malthe Borch ('00) & Henrik Hassager (udv.stud. '99),
Marie Lund Christophersen ('02),
Arvid Böttiger & Morten Hornbech & Jérôme Balterzen ('04).

Troels Windfeldt gættede derudover på, at løsningen var entydig og det kan vi her bekræfte. Redaktionen ligger inde med et simpelt bevis bestående af gennemgange af de 812 851 200 involverede deltilfælde.

Præmien i denne omgang er endnu en gang en Mystisk Flaske med et mystisk indhold af mystisk oprindelse. Vi kan røbe, at det hverken drejer sig om shampoo, kloakrens, skyllemiddel, lightervæske eller kantinens kaffe¹, men derimod en flaske bestående af lige dele sprut, karamel og cubanere — intet mindre end en flaske Cuba Caramel.

Til at vælge en vinder blandt de 18 indleverede besvarelser brugte vi to tilfældigt udvalgte terninger som vi umiddelbart forinden havde velsignet i Inge Henningsens og Michael Sørensens navn.

Den heldige vinder blev Jakob Svendsen ('02). Tillykke, Jakob! Du kan ved lejlighed opspore redaktionen så vi kan overdrage flasken til dig.

¹Muligvis den farligste af de fem muligheder

Side 9-sætning: Om at tælle $\mathbb{Q}_+$

Taus Brock-Nannestad

De fleste af os kender nok beviset for, at mængden af naturlige tal er ækvipotent med mængden af (positive) rationelle tal. Den konstruktion der benyttes i beviset er imidlertid ikke særlig elegant. F.eks. optræder visse rationelle tal uendeligt mange gange i den liste der konstrueres.

Vi vil her vise en bedre måde at opremse de positive rationelle tal. Tallene i denne opremsning tager formen $b(n)/b(n+1)$, for en passende funktion $b: \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}$, og har følgende egenskaber:

- Ethvert rationelt tal optræder netop én gang i denne liste.
- Tallene $b(n)$ og $b(n+1)$ er indbyrdes primiske, så brøken $b(n)/b(n+1)$ er uforkortelig.

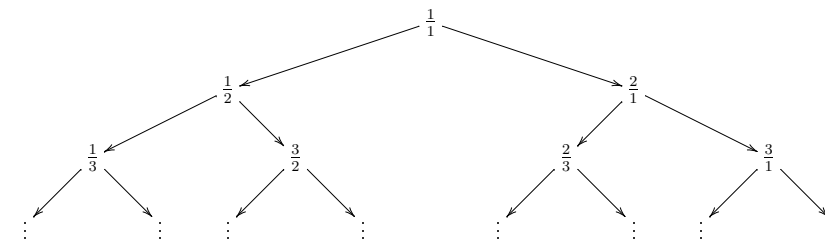
Derudover har funktionen b følgende rare egenskaber:

- Tallet $b(n)$ angiver antallet af *hyperbinære* repræsentationer af tallet n . D.v.s. antallet af repræsentationer af n som en sum af potenser af 2, hvor hver potens forekommer 0, 1 eller 2 gange. F.eks. er $b(5) = 2$ da $5 = 2 + 2 + 1 = 4 + 1$.

Først betragter vi følgende *træ* af brøker — i litteraturen kendt som Stern-Brocot-træet. Træet er konstrueret ud fra følgende regler:

- Øverst i træet sidder brøken $\frac{1}{1}$.
- Hver knude $\frac{i}{j}$ har to børn: Venstrebarneret $\frac{i}{i+j}$ og højrebarneret $\frac{i+j}{j}$.

De øverste tre niveauer kan ses i figuren nedenfor.



Vi vil nu vise, at ethvert positivt rationelt tal er repræsenteret netop én gang i dette træ, i en form hvor tælleren og nævneren er indbyrdes primiske.

Lemma. Ved enhver knude i træet er tælleren og nævneren indbyrdes primiske.

Bevis. Dette gælder trivielt for den øverste knude (1/1) i træet. Antag, at udsagnet ikke gælder generelt, og lad r/s være en brøk på det højeste niveau i træet hvor udsagnet er falskt. Hvis r/s er et venstre barn, så er den tilsvarende moderknude $r/(s-r)$ en brøk hvor tæller og nævner ikke er indbyrdes primiske, men som optræder på et højere niveau end r/s , hvilket strider mod vores antagelse.

Hvis r/s er et højrebarn, så er den tilsvarende moderknude $(r-s)/s$, hvilket fører til den samme modstrid. $\square$

Lemma. Ethvert reduceret rationelt tal optræder i træet.

Bevis. Dette gælder trivielt for tallet 1. Antag, udsagnet ikke gælder generelt, og udvælg r/s blandt de brøker der *ikke* forekommer, således at nævneren s er mindst mulig, og således at r er den mindste mulige tæller blandt brøkerne med denne nævner.

Hvis $r > s$ så kan $(r-s)/s$ heller ikke optræde i træet, thi ellers ville højrebarnet til denne brøk være r/s som vi antog ikke optrådte i træet. Denne brøk har imidlertid samme nævner som r/s , og en *mindre* tæller, hvilket strider imod vores antagelse om, at r/s var minimal.

Tilfældet $r < s$ behandles fuldstændigt analogt. $\square$

Lemma. Ethvert rationelt tal optræder højst én gang i træet.

Bevis. Først bemærker vi, at det rationelle tal 1 kun optræder én gang. Hvis ikke, så skulle en brøk der repræsenterer 1 være et barn af en brøk r/s . Men brøken r/s har de to børn $r/(r+s)$ og $(r+s)/s$, der tydeligvis ikke kan være lig med 1.

Antag, at udsagnet ikke gælder generelt, og lad r/s være det mindste mod eksempel, i samme forstand som ovenfor.

Hvis $r < s$, så er r/s et venstre barn af to forskellige knuder der hver indeholder brøken $r/(s-r)$, hvilket tydeligvis strider mod kravet om, at nævneren s var mindst mulig.

Tilfældet $r > s$ behandles fuldstændigt analogt. $\square$

Vi har nu vist, at ethvert positivt rationelt tal optræder netop én gang i dette brøktæ. Det er nu tydeligt, at vi kan lave en liste over alle positive rationelle tal ved at skrive tallene i den øverste række, efterfulgt af tallene i den næstøverste række, o.s.v..

Vi får så en liste af brøker der begynder på følgende måde:

$$\frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{1}, \frac{1}{3}, \frac{3}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{4}{3}, \dots$$

Som man kan ane ud fra denne liste, så svarer enhver brøks nævner til tælleren i den brøk der kommer umiddelbart efter. Vi vil nu vise, at det gælder for alle brøkerne i denne liste.

79: Anvend afbildningen $x \mapsto x+k$, hvor $k > 0$	*** vinkel	1724. Stilskaber og komponist bag mindst 12 koncerter og 48 sonater.
81: Gammeldags	138: Optrin	197: Tegn
84: σ, ς og Σ	139: Germanium	199: Gud
88: I henhold til	142: Være i sit **	201: Herberg
89: Køkkenapparater	143: Havjætte, gift med gudinden Ran og fader til bølgerne	203: Det afsides sted
91: Videnskab	145: Lokale	205: Stjernebillede i dyrekredsen
93: Dyrkning	148: Skakbriks	207: To ens
94: Uden årstal	152: Luftfartsselskab	209: Græsrodsbevægelse mod atomkraft, eksisterende 1974-2000.
96: Pigenavn på en dreng fra '02	153: Iøjnefaldende	211: Del af kniv
99: Flod	154: Lokale	212: Afbildningen $x+iy \mapsto x$, hvor $x, y \in \mathbb{R}$.
103: Modeskaber	155: Besidder	213: Biologisk katalysator
104: Makeupartikel	156: Løslod	215: Artikulere højroret og groft
107: $5 \equiv ** (mod 4)$	160: Uimodsigelig	217: Drengenavn
108: Styk	162: Vedrørende romernes sprog	219: Britop-band
109: Skyts	163: Forkortelse	221: Del af kat
112: Greve	164: Score	223: Lide en ****
114: æstetisk	166: Fiberrørshjælpemiddel i skruesammenhænge	225: Ti-
115: Interjektion (af religiøs karakter)	167: Besværgelse	226: Blæseinstrument
118: Idrætsforening	169: Kaloriefattig	229: Tre
120: x^4 , hvor x er bogstavet i felt 120	170: Retorisk dyd	231: Okse
122: Pulverisere	175: Dannelse	233: Adgangsregulator
124: Kommunistisk leder	176: ** Møller	234: Bibelpersonage med smag for forbudne frugter
125: Mario *****: portugisisk ekspræsident, nu medlem af EU-parlamentet	179: Enorme mængder	235: Måleenhed for belysning
127: Inspicerede	180: Mytologisk gris	237: Guffede i sig
128: Windows-version	181: Svensk dyr	238: Sportsbegivenhed
130: Håndtagene	185: Typisk konsekvens af eksamenslæsning	239: ** face: Ikke i profil
134: Få til at tage imod	189: Entydigt bestemt	240: Rumvæsen
135: Stat	190: Os	241: Einsteinium
137: Lad $z \in \mathbb{C}$ så $\text{Arg} z = \frac{\pi}{2}$. Da danner punkterne $(0, z)$, $(z, 0)$ og $(z , 0)$ en	191: Kulturbbygning	
	193: ***** Newton	
	195: Jean-Marie *****: Fransk violinist, 1697 -	

Kodeord:

219-177-56-76-243-156-166-92-128-111 —
55-143-23-212-121
153-129-65
159-186-245-25-18-155-164-103 !!!

Vandret - fortsat:

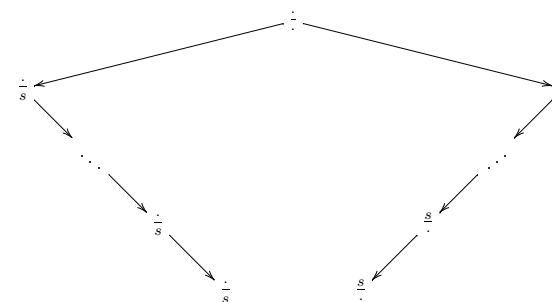
157: Tone	188: Tarvelig	224: "Jaja jajaja... ja, nemlig, ja ..."
158: Sørgeligt syn	192: Realisere på papir	225: Stift
159: Isaks ældste søn	194: Konsistens	227: Tordengud
161: Uddyber	196: Plaske løs	228: Molybdæn
165: Person	198: Adresse	230: Og andet
168: Pertentlige	200: Udspændte	232: Begår en fejl mht. til det tableau der skal fotograferes
171: Firma	202: Kurs: sydvest	236: Filmen
172: Plyndr	204: Grej	242: Rederi kendt fra brætspillet Matador; man bør hade Mat-**'s fodboldspillere!
173: $\frac{\sin}{\cos}$	205: Jysk superligaklub	243: Organ
174: Langs	206: Ophedet lokale	244: Visne
175: Magthaver	208: Eksotisk navn	245: Aflejringen
177: Køkkenelement	210: Opdyrkede områder	246: Instrument
178: Land	214: Dansk band	247: Selv
179: Gamle	216: Fartøj; benyttes under drukfældige efterårsekskursioner til Norge	
182: Totalt forbud	218: Folkeslagsmæssig	
183: Navn	220: Udbrud ved mindre uheld forårsaget af decideret motorisk klodsethed	
184: Amerikansk standard for 7-bits binær kodning af tegn, bogstaver og cifre	222: Valg af skuespillere	
186: Normalside		
187: Periode		

Lodret:

1: Plantegruppe	14: Morgenmadsspis	40: Militært udstyr
2: Forkortelse for "Rex"; et programmeringssprog for statistikere; enhed for røntgen- og gammastråling	15: Drikken	43: Amerikansk navn
3: Ophør gradvist	16: Konstruktion (i visse programmeringssprog), som tillader et ubetinget hop	46: Kanal
4: Glas med 2 styrker	17: God start på julefrokost	48: Medie
5: Himmellegete	18: Måleenhed	50: Vores
6: 500; typisk navn for differentialoperator; forkortelse for "den" i datonekfældninger	19: Sankt	51: Klargør
7: Opildner	20: Hoved	52: Som låner virkemidler fra de levende billeder
8: Radium	23: Våben	53: Starut
9: Måltid	26: Dreng	54: Af samme overbevisning
10: Smagsstof	28: Opløs (på en måde der gør herre nas)	56: Bud
11: Ubehagelig person	30: Ankom	58: Måleinstrumentet
12: Lad E være en ikke-triviell permutationsmatrix og I identitetsmatricen. Da kan vi skrive $E = **$.	33: Spil	62: Særligt familær hus hjælp
13: Pjalt	34: Findes	63: Top
	37: Glug	67: Sport
	38: Rodmultipliciteten af $1+i$ i polynomiet $z^5-3z^4-7z^3+17z^2$	69: Etage
		71: Politisk system
		74: Mister
		75: Ikke

Hvis en brøk er et venstrebar af en specifik moderknode, så vil den brøk der følger umiddelbart efter være det tilsvarende højrebar der hører til denne moderknode. Udfra definitionen af brøkræet svarer nævneren således til tælleren i brøken der følger umiddelbart efter.

Hvis en brøk er et højrebar, så har den samme nævner som sin moderknode, og den brøk der følger umiddelbart efter har samme tæller som sin moderknode. Vi kan derfor flytte et niveau op og betragte moderknuderne i stedet. Hvis vi fortsætter på denne måde vil disse to følger af moderknuder til sidst mødes under den samme moderknode, og som vi viste ovenfor, så holdt påstanden i dette tilfælde. Dette kan illustreres ved følgende diagram:

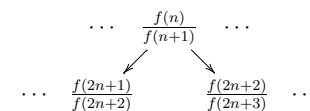


Endelig bemærker vi, at hver række begynder med en brøk af formen $1/s$ og slutter med en brøk af formen $r/1$. Vi har således vist det ønskede udsagn.

Enhver brøk i træet (og listen) har således formen $f(n)/f(n+1)$ for en passende funktion f .

Vi vil nu vise, at denne funktion f er entydigt bestemt, og at den antager de samme funktionsværdier som funktionen b som vi beskrev tidligere.

I brøkræet har brøken $f(n)/f(n+1)$ venstrebarret $f(2n+1)/f(2n+2)$ og højrebarret $f(2n+2)/f(2n+3)$.



Udfra den måde træet er konstrueret på må der således gælde, at

$$f(2n+1) = f(n)$$

og

$$f(2n+2) = f(n+1) + f(n).$$

Øjensynlig er f entydigt bestemt udfra disse ligninger samt startværdien $f(0) = 1$.

Vi vil nu vise, at funktionen b , som blev nævnt tidligere, er identisk med funktionen f .

Vi bemærker først, at $f(0) = b(0) = 1$. Antag nu, at $f(k) = b(k)$ for alle $k \leq 2n$.

Givet en hyperbinær repræsentation af tallet $2n + 1$ kan vi konstruere en repræsentation af n ved at fjerne 1-tallet og derefter halvere hvert led. Omvendt kan tage en repræsentation af n , fordoble hvert led og lægge 1 til, hvorved vi får en repræsentation af $2n + 1$. Således må der altså gælde, at $b(2n + 1) = b(n)$.

I en hyperbinær repræsentation af tallet $2n + 2$, så er 2-tallet enten repræsenteret som $1 \cdot 2^1$ eller $2 \cdot 2^0$. Hvis det første er tilfældet, så kan vi halvere hvert led i repræsentationen, hvorved vi får en repræsentation af $n + 1$. I det andet tilfælde kan vi fjerne de to 1-taller og halvere de resterende led, hvorved vi får en repræsentation for n . Omvendt kan man ud fra repræsentationer af n og $n + 1$ konstruere samtlige repræsentationer for $2n + 2$. Således må der gælde, at $f(2n + 2) = f(n + 1) + f(n)$.

Således opfylder funktionen b de samme startbetingelser og ligninger som funktionen f . Da f er entydigt bestemt må der således gælde, at $f(n) = b(n)$ for alle $n \in \mathbb{N}_0$.

Side 9-sætningen. *Til ethvert positivt rationalt tal q findes der et entydigt bestemt heltal n , så q kan skrives som uforkortelig brøk på formen $b(n)/b(n + 1)$, hvor $b(n)$ er antallet af hyperbinære repræsentationer af n .*

Selve krydsogtværsen er ikke tilgængelig i den elektroniske udgave.

Kryds & Tværs

Martin “Damskur” Damhus

Vandret:

1: Klasse af leddyr, der bl.a. omfatter hummere	59: Apparat	109: Væsen
9: Fantastisk	60: Madvare	110: Husker du mon den nu
17: Informationsenhed	61: Figur	legendariske tegning “****-bisp konvergerer mod bi” ?
20: Specielle ortogonale gruppe	64: Trade mark	111: Drik
21: Palads	65: Telefonlyd	113: Stand
22: Vanvidstype	66: Euforiserende middel	116: By
24: Frihed for distraktionsmomenter	67: **** Amos	117: Carpe **** (my ass)
25: Hvileperioden	68: Konsekvens af frost	119: Hr.
27: Lille dyr	70: Rå	121: Lidelse
29: Bevægelig del af flyvinge	72: Romertal	123: Udstyr
31: Astrid Lindgren-dreng	73: Bjerg	126: Afrikansk republik
32: Bod	74: Skueplads	med ca. 1,2 mio. indbyggere
35: Som vedrører verdensrummet	76: Fartøj	129: Pablo *****: Digter
36: Fx et rigsæble	77: Kun lidt større end ε	131: Oppe i tiden
39: Robotter	78: Tage på	132: ***-morf
41: Udenlandsk vægtenhed	80: Genre	133: Punkt på jordoverfladen
42: Enspændervogn	82: Fuldkommenhed	136: Redskab
44: Begynder	83: Godt kort i poker	137: Bagværk
45: Væsker	85: Avis	140: Land
46: Feriemål	86: Affære	141: Vegetation
47: Udtryksmåde	87: Udo	144: Jamie *** Curtis
49: Kampplads	90: Undersøgelsesmetode	146: Irland
52: Opretholde status quo mht. egen position	92: Matematiker-fornavn	147: Hædres
55: Oldindisk litteratursamling	95: Kilometer	149: Beklædningsgenstand
56 Billedrum under en lineær operator	96: Enhed	150: Lad H være den cykliske gruppe af orden 13, og lad $g \in H$. $g^{15} = **$?
57: Stabile under indre automorfier	97: Sandholdig og øde lokalitet, typisk med store temperatursvingninger	151: Rummene
	98: Hovedpulsåren	154: Radiolyd
	100: Ærgrelsesudråb	155: Bevidsthed
	101: Pjusket og vildtvoksende hår	156: Ubunden
	102: Tåber	
	105: År	
	106: Forholdsord	

Georg Mohr Vinderseminar

Mikkel Abrahamsen, 3.y Odsherreds Gymnasium

I år var IMF vært for det prestigefyldte seminar for dem, der har klarret sig særligt godt i årets Georg Mohr-konkurrence. Alle der blev tildelt 9 point eller derover ud af 20 blev inviteret til dette seminar. Det var 17 3.g'ere fra hele landet samt en enkelt 2.g'er. Desuden blev også 3 1.g'ere, der havde udmærket sig i særlig grad, men dog kun opnået 8 point, inviteret til at deltage, så de kunne komme i skarp træning og måske stå i spidsen for Danmark, når alle 3.g'erne ikke kan være med næste år.

Indkvarteringen skete på Bellahøj Vandrehjem i Brønshøj. Seminaret begyndte søndag 27.2.2005 kl. 17 på Bellahøj Vandrehjem. Jeg selv var så uheldig at blive ramt af en skrap influenza få dage forinden, så jeg var om søndagen endnu ikke klar til at forlade min sygeseng, selvom jeg ellers nok så gerne havde gjort det til fordel for at hellige mig talteoriens ædle kunst, som deltagerne beskæftigede sig med om søndagen. En af de her stillede opgaver som opnåede en helt særlig status blandt deltagerne, hvilket er grunden til at jeg ved dette (ellers havde folk ikke talt om den senere), er følgende stillet til matematikkonkurrence Baltic Way i 1997: Verdenerne i Verdenssfæren er nummeret $1, 2, \dots, n$ og forbundet således at troldmanden Gandalf for hvert natur-

ligt tal n kan bevæge sig begge veje mellem verdener med numrene n , $2n$ og $3n + 1$. Hvis Gandalf starter sin rejse i en vilkårlig verden, kan han da komme til en hvilken som helst anden verden?

Mandag var den berygtede dag med 2 gange opgaveregning og -gennemgang og dagen for min tilslutning til seminaret. Hans Plesner Jakobsen bød os velkommen til IMF, skønt det skete på August Krogh Instituttet, hmm...! Han fortalte om den nye studieordning, om de forskellige studier i matematik og om dem med stort indhold af matematik. Derefter gik snakken på flader i rummet, og om hvordan man bevæger sig på dem ad den korteste vej. Hvis man grundet en nødsituation skal så hurtigt ned fra Rundetårn som muligt, skal man løbe ad en rute, så man ikke accelereres i forhold til gulvet!

Stemningen var høj under Søren Eilers' forelæsning om lego-tælleproblem. Der blev bygget med legoklodser, mens andre forsøgte at reducere problemet til at omhandle centi-cubes. Folk var meget villige til at lave alt for høje øvre grænser for konstruktionsmulighedernes vækst som funktion af antallet af klodser. Søren Eilers belærte om, at det var muligt at lave en øvre eksponentielt voksende grænse, en fakultetsfunktion behøvede ikke indgå i udtrykket. Æv! Senere forklarede han om sin kol-

lega Bergfinnurs flaskehals-sandwich-model. Her blev det hele pludselig så abstrakt.

Georg Mohr-vindere er virkelig hyggelige mennesker! Især når der serveres te og kaffe i pauserne. Selvom der skal udvælges folk til de videre konkurrencer, hvilket bl.a. gøres på baggrund af deltagernes præstationer i vinderseminaret, mærkedes ingen indbyrdes konkurrence eller ubehageligheder. Der bliver snakket om både det ene og det andet. Selvfølgelig en del om matematik, fx grines ad opgaver indledt med mærkelige historier. Den slags var der mange af i opgaverregningstimen i kombinatorik og diskret matematik under vejledning af Ulrik Buchholtz. Der var bl.a. opgaver i ø-samfund og grupper af folk med hemmeligheder.

Efter en anstrengende mandag var det dejligt at komme hjem på Bellahøj Vandrehjem og slappe af. Der blev spillet bordtennis (af en eller anden grund var det altid de samme to personer der var i finalen, hmm. . .). Vores gæst, Charles Nassouri fra universitetet i Ouagadougou, Burkina Faso, spillede med alt hvad han havde lært. Han var på besøg i Danmark for at se, hvordan vi afholdt et vinderseminar, så han måske kunne arrangere noget lignende hjemme i Burkina Faso. Udover bordtennis var en yndet beskæftigelse også det såkaldte modulo-casino, en udvikling af almindelig casino hvor man desuden kan tage kort vha. modulo-regning.

Under aftenensmaden på Bellahøj diskuteredes gudsbeviser, psykopat tests, Freud og, selvfølgelig, mere matematik! Nogen frygtede dette, men – hvad kunne man ellers forvente når man sam-

ler 21 af de i matematik dygtigste og mest interesserede danske gymnasieelever og beder dem regne opgaver sammen, spise sammen og sove sammen i flere dage? Senere på aftenen stod der geometri på programmet. På jagt efter de ensvinklede trekanter! Hvem finder først dem man kan bruge til noget? Geometri var det mest forhadte emne blandt deltagerne. Vi gjorde alligevel alle sammen vort bedste!

Om tirsdagen skulle vi regne opgaver i uligheder og funktionalligninger under vejledning af Anders Schack-Nielsen. Disse opgavetyper var ret fremmede for os der ikke før havde været med. Alligevel fik vi i min, meget uerfarne, gruppe løst en hel del funktionalligninger, og sørme også et par enkelte uligheder.

Efter frokost stod der festforelæsning ved Søren Jøndrup på programmet. Han var vist selv imod denne titel, men en forelæsning holdt han da. Han forelæste om Desargues sætning, Pappos' sætning og flere andre interessante emner i denne boldgade. Han flyttede plangeometrien ud i rummet og placerer punkter i det uendeligt fjerne så let som ingenting. Derved kunne de mest absurde geometriske forhold bevises – jeg vil ikke sige så let som ingen ting igen, for man skulle virkelig holde tungen lige i munden for at følge med!

Festforelæsningen skulle løfte stemningen til den efterfølgende reception. Her blev vi alle hyldet og begavet med en masse bøger, en KU-pose, en Red Barnet-kuglepen og tre blokke med gult klisterpapir. Vi fik bl.a. bogen "Studentereksamensopgaver" i matematik 1806 - 1991". Den blev omhyggeligt gransket af mange senere! Også

emner fra "Matematiske Miniaturer" af Jens Carstensen blev diskuteret flittigt. Der blev serveret og øl og sandwich, og spillet modulo-casino i det ene rum mens der var rå-hygge i det andet rum. Den gode Marianne Terp, som fulgtes med os og tog sig godt af os hele seminaret igennem for at sørge for, at alt gik til som det var planen, tog bl.a. det billede som man kan se ved denne artikel.

Da vi efter flere timers magelighed ville hjem til Bellahøj igen havde noget der ligner en snestorm lagt sig over København. Det tog forfærdeligt lang tid i busserne, og var meget koldt. På Bellahøj så man det fænomen, at folk der har noget til fælles, diffunderer sig sammen i en klump så de kan samtale om fællesinteressen. I mit tilfælde var det en klavermusikgruppe der samlede sig. Desuden blev der talt meget om rollespil og efterskoletider samt endnu flere af de mærkeligste emner fra "Matema-

tiske Miniaturer". Vi sov først sent, for det var så hyggeligt at snak om det gode liv og livets goder i øvrigt.

Næste morgen var det alvorens time, i stærk kontrast til hyldesten dagen før. "Terminsprøve" på N. Zahles Gymnasieskole! 4 opgaver, og lige så mange timer. En opgave i talfølger, geometri, en funktionalligning og en analyse af alle skoleklasser for hvilke der tegner sig et bestemt mønster for elevernes byture. Bagefter var folk stille og tomme i hovederne. Vi begyndte at spørge lidt til, hvordan hinanden løste den og den, og så gik vi op og købte lidt mad i kantinen. Der skiltes vores veje lidt efter lidt. Det var mærkeligt lige pludselig at skulle hjem. I dårligt vejr!

Den 5. april kan alle fra vinderseminaret som ønsker det deltage i Nordisk Matematikkonkurrence. Så udvælges 6 der skal til IMO (International Mathematics Olympiad), og 5 der skal til Baltic Way. Her slutter Georg Mohr-året.

