

# Præmieopgaver

Ulrik Torben Buchholtz

Disse opgaver er ikke puzzles. (Påstanden kan eftervises ved inspektion.) Taus havde nemlig for travlt med Side 9-sætningen. Send en mail til FAMØS, hvis du gerne vil have Taus til at lave puzzles igen.

Send også gerne en mail, hvis du har forslag til opgaver.

Og send selvfølgelig gerne en besvarelse af mindst en af nedenstående opgaver. Vi trækker lod blandt de – efter vores på ingen måde objektive vurdering – bedste besvarelser. Vinderen får en Mystisk Flaske.

## Opgave 1

Trekant  $ABC$  er retvinklet med vinkel  $A$  ret,  $D$  er skæringspunktet mellem højden fra  $A$  og siden  $BC$ . Linjen, der forbinder centrum for de indskrevne cirkler i trekant  $ABD$  og  $ACD$ , skærer  $AB$  i  $K$  og  $AC$  i  $L$ . Vis, at arealet af trekant  $ABC$  er mindst det dobbelte af arealet af trekant  $AKL$ .

## Opgave 2

Lad  $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  være defineret ved, at  $f(n)$  er antallet af 1-taller i den binære repræsentation af  $n$ . Udregn

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{f(n)}{n(n+1)}.$$