

Geometri på vers

– En aflevering af Rasmus Sylvester Bryder

Kristian Knudsen Olesen

Jeg har haft det gode held at være Geometri 1 instruktør et par år i træk.⁵ I den forbindelse har jeg haft mange gode oplevelser, da Geom1 i længere tid har været et sjovt sammensat kursus. Med sjovt mener jeg her, at det har skulle kunne tages af både 1. års studerende såvel som 3. års studerende (og selvfølgelig alt hvad der derimellem ligger). Af denne grund har der været en lille skævvridning i sværhedsgraden af de obligatoriske afleveringer relativt til de forskellige studerende. Selv om dette ikke har være noget problem på kurset har det dog gjort det til et specielt instruktørats, for de ældre studerende har naturligt haft mere overskud, og derfor også kunne lave mere ballade.

Min historie begynder den 17. maj 2010 hvor jeg modtog en Geometri 1 aflevering fra Rasmus Sylvester Bryder.⁶ Der var tale om den 4. obligatoriske aflevering, og det første spørgsmål lød som følger:

Lad for $(x, y) \in U = \mathbb{R}^2$ funktionen σ være givet ved

$$\sigma(u, v) = (u, u + v, (u + v)^2).$$

Verificer at σ er en injektiv, regulær, parametriseret flade og at koefficienterne af den første fundamentalform er

$$E = 2 + 4(u + v)^2, \quad F = G = 1 + 4(u + v)^2.$$

Det der var specielt ved det første spørgsmål var, at den *gale* matematiker Rasmus Sylvester Bryder, som på det tidspunkt var

⁵Mere specifikt i blok 4 2010 og blok 4 2011.

⁶En matematiker notorisk kendt for at rime.

nær slutningen af sit 3. år, havde lavet en besvarelse der var skrevet på vers. Nu sidder du nok og tænker "På vers! Det kan man da ikke", men det kunne man åbenbart. Selv var jeg meget overrasket, da jeg før dette havde været en nonbeliever med hensyn til matematisk lyrik, men det har sidenhen været et af mine bedste minder omkring Geom1-instrukturerne.

Da jeg ikke føler at jeg kan udskyde det længere vil jeg nu bringe den omtalte besvarelse. Til læserens hjælp er der efterfølgende lavet et par mindre udregninger som man kan kigge med i mens man læser.

Der skal angives, som det skrevet står,
at vi ved σ nu en flade får.
Vi higer her at den er en-til-en,
med regularitet - o, sikken en!
Samt skal findes tre koefficienter,
til første grundform; men med dem vi venter.
Vi dog afslører formen E skal ha:
tag kvadrat af u plus v og da
gang med 4, læg 2 til; hvor fin!
 F og G er ens: E minus 1.

Først må konstateres uden råben,
at U er hele planen - dermed åben.
Og σ er genkendeligt, nu se så!
en flade givet ved en parameter.

Komponentfunktioner glatte ses
som afbildninger af u og v ; nu vis,
at σ glat som flade faktisk er.
Vi finder da Jacobi lige her.

I første søjle fås 1, 1 og se!
En dejlig dobbelt sum af u og v .
Anden søjle næsten samme, jo:
et nul, et ettal, $u + v$ à to.
Lad (u, v) nu i U og søjler kryds:
vor førstekoordinat er intet lys -
dobbelt $u + v$ træk fra det selv.
Et nul det giver; det ved vi alle vel.
Vor andenkoordinat er let at se,
fås et minus, dobbelt $u + v$.
En enhed nu på tredjepladsen stå,
og hov! Nu ses, at aldrig vi kan få,
at 0 på alle pladser her kan være,
så fladen er nu fundet regulær.

Vi viser nu, at den er injektiv;
forløbet her er let - o skønne liv!
For antag nu, at billederne er ens
for tupler to i U , og nu det ses:
kald tupler u og v , (u_0, v_0) ;
en gave her nu fås – og snart i mål!
Billederne på første plads nu gi'r
at u må være klart u_0 , og vi'r,
at anden plads nu siger os om v ,
 u_0 plus v_0 , u væk, giver det.
Altså giver det, v er v_0 .
Og en-til-en er vist: og spis no'et kål.

Til slut vi finder E og F og G .
Vi lader nu i U et u og v .
Nu E kvadrat på længden nemlig er

af første søjle fundet lige før.
 Den må da være 1 plus 1 og så
 kvadrat på doublet u og v , hvorfor
 vi får, at E er nu lig 2 samt mere:
 kvadrat af u plus v , og doublet 4.
 F som prikprodukt vi nu skal finde,
 begge søjler prikkes, vi til minde
 ser, at F er sum af 1 og 0
 og kvadratet ovenfor - o, hvilket guld!
 G til sidst vi søger, se nu da,
 kvadrat på længde anden søjler tag.
 Et 0 og 1 og det kvadrat fra før;
 det kommer nu så ofte jeg er skør.
 Altså ses nu F og G er samme,
 og begge E , blot minus 1, de ramme.
 Nu så kan ses, at ønskede er vist,
 jeg ikke rimer mere, se blot det næst'.

Enhver der påskønner matematik må nødvendigvis blive en smule rørt over sådan en smøre. I besvarelsen udregnes Jacobi-matricen og krydsproduktet af de partielt afledte, begge disse er angivet her:

$$D\sigma(u, v) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2u + 2v & 2u + 2v \end{bmatrix}, \quad \sigma'_u \times \sigma'_v(u, v) = \begin{pmatrix} 0 \\ -2u - 2v \\ 1 \end{pmatrix}$$

Det var så enden på historien. Jeg vil gerne sige et stort **Tak** til Rasmus Sylvester Bryder for at lade mig bringe hans aflevering her i FAMØS, og til den nysgerrige læser kan jeg fortælle at Rasmus bestod med bravur. Mon ikke Matematisk Lyrisk ender med at blive en gren på størrelse med Matematisk Fysik?