Matematik og magi
– eller “Næste stop Las Vegas”

Rasmus Sylvester Bryder

Da jeg var mindre, morede jeg mig ofte når min halvfætter Casper viste mig korttricks. Det trick han viste mig oftest, var et hvor han havde 21 kort, bad mig om at vælge et, og derpå lagde kortene ud i systematiske bunker tre gange, dernæst samlede dem op og lavede fire blomster, hver ud af fem kort, fravalgte kronblade og blomsterbunde og til sidst viste mig det kort, som jeg havde valgt. Jeg havde på ingen måde nogen idé om hvordan han kunne gætte hvilket kort jeg havde udvalgt i en bunke på 21 kort. Han lærte mig at lave det selv, og jeg endte med at låne flere bøger på det lille bibliotek på min folkeskole om kort- og terningetricks. Når jeg tænker tilbage på det, var der overraskende mange tricks i disse, der var umanerligt dårlige, men det er der også en grund til: mange af bøgerne var rettet imod læsere omkring tiårsalderen, og når man viser børn “magi”, skal der, og undskyld min fordom, nok ikke meget til at forbløffe dem. Min interesse i magi i den alder blev skærpet af TV-showet *David Blaine: Street Magic* som blev vist på TV2 en årgang; navngiveren til programmet chokerede gang på gang folk ved at levitere på åben gade, stikke sin arm igennem ruden til en juvelérbutik og stjæle et ur eller lave korttricks på italienske restauranter. Siden showet blev taget af, har jeg nærmest ikke skænket kortmagi en tanke, med visse uvurderlige undtagelser, heriblandt en gribende optræden fra en bekendt til en nytårsfest.

Mange gode korttricks, som udelukkende handler om kortenes fordeling, er selvfølgelig slet ikke magiske, men bygger på noget af det simpleste matematik, man kan forestille sig – aritmetik. Efter min mening forsvinder magien en smule fra sådanne tricks, fordi det hele bygger på en matematisk forklarlig rutine bygget på en serie af udregninger, som til alt held altid giver det resultat man gerne vil have. Tag et eksempel: tænk på et tal, gang det med 2, læg 6 til, del med 2 og træk det tal som du oprindeligt tænkte på fra. Jeg gætter på, at du får 3. Overrasket? Nej, vel? Hvis du tænkte på tallet x (det kan sågar være komplekst), giver proceduren dig nemlig $\frac{1}{2}(2x+6)-x=(x+3)-x=3$. Så ingen stor plyskanin i hatten her.[6]

Efter min mening ville et godt korttrick, der bygger på en serie af udregninger som "tricket" ovenfor, være et, der er variabelt (altså at man kan ændre visse talværdier i et setup og stadig få et trick, der virker), elegant, samt kompliceret i teorien. Sidstnævnte mindsker chancen for, at din udvalgte person kan regne ud hvordan du fandt hans eller hendes kort, så vedkommende netop overrumples af den magi du udøver. Jeg vil præsentere et sådant trick, kaldt *Whispering Jokers*: det blev oprindeligt vist på programmet *Penn & Teller: Fool Us* i 2011 af Graham Jolley, selverklæret tankelæser og mentalist. Et matematisk argument for trickets holdbarhed er præsenteret på http://youtu.be/vKxFzSwcOhY, og dette vil jeg også præsentere.

Lad os forestille os, at der er tre personer til stede: mig, Stone og Weierstrass. Jeg hiver et spil kort frem og lægger det på et bord. Stone er over for mig til venstre, Weierstrass over for mig til højre.

[6]Et langt bedre trick ville være dette: stil dig i matematikkantinen og råb, at du kan få alle tilstedeværende til at lynche en af deres medstuderende. Udvælg en tilfældig person og bed ham eller hende om at tænke på et tal. Få ham eller hende til at dele med 0, og begynd at løbe inden du får noget i hovedet.

- ♣ *Trin 1.* Nu beder jeg først Stone om at tage omtrentligt en tredjedel af kortene fra toppen, og derpå Weierstrass om at tage omtrentligt halvdelen af de kort, der er tilbage i den oprindelige bunke. Jeg beder nu begge personer om at kigge på det kort, der er nederst i den bunke de hver har taget (her er det selvfølgelig underforstået, at kortene peger nedad).
- ♣ *Trin 2.* Nu beder jeg først Stone om at tage omtrentligt en tredjedel af kortene fra toppen (og han skal bare tage kortene fra oven, uden at tælle en tredjedel fra), og derpå Weierstrass om at tage omtrentligt halvdelen af de kort, der er tilbage i den oprindelige bunke. Jeg beder nu begge personer om at kigge på det kort, der er nederst i den bunke de hver har taget (her er det selvfølgelig underforstået, at kortene peger nedad). Dernæst samler jeg bunkerne sammen og spreder kortene ud i en vifte på bordet, så de stadig peger nedad. Til Stone og Weierstrass' store overraskelse er der to kort, som vender opad; disse kort tager jeg ud. Det er jokere, og jeg påstår, at jokerne ved, hvilke kort de har set. Jeg spørger nu jokeren længst mod venstre hvilket kort Stone har; jokeren hvisker til mig, at kortet er på placering 18, og jeg lægger jokeren hen til Stone. Analogt spørges jokeren til højre, denne joker hvisker "43"[7] og jeg lægger jokeren hos Weierstrass. Derpå samler jeg kortene sammen, stadig pegende nedad.
- ♣ *Trin 3.* Jeg begynder nu at tælle fra oven. Jeg stopper ved 18, lægger det kort der har denne placering hos Stone, og tilsvarende tæller jeg *videre* til 43 og lægger tilsvarende kort hos Weierstrass. De vender kortene, og det er deres kort. Kort tid efter får jeg en doktorgrad.

Alene placeringerne i ovenstående procedure skriger, at noget er

[7] Bare rolig, 42 er også en mulighed.

planlagt, kalkuleret, udregnet, men de dertilhørende kalkulationer er ikke helt nemme. Først kræves en forklaring af tricket, set ud fra et "magisk" synspunkt, og det hele har noget at gøre med hvordan bunkerne samles sammen, som nærmest alle korttricks har som forudsætning, samt en placering af jokerne forud for fremvisningen af korttricket. Jokerne indsættes i kortspillet således: vi starter selvfølgelig med et kortspil på 52 kort, pegende nedad. Tæl 9 kort fra toppen, placér en joker med ansigtet opad, derpå 18 kort efter de 9 første kort (plus jokeren), og placér den anden joker. Vi har altså nu et spil kort på 54 kort, hvor jokerne er på placering 10 og 29 fra oven og med ansigtet opad; således opnår vi, når Stone og Weierstrass deler kortspillet i tre, at de ikke ser en joker, og deres bunker vil højst sandsynligt indeholde en joker hver. Der er altså en sandsynlighed her, for at tricket går galt, men chancen er minimal.

Antager vi nu, at tricket er i gang, kaldes Stones bunke i trin 1 for B_1, Weierstrass' bunke for B_2 og den resterende bunke for B_3. Når kortene samles sammen, skal B_3 være nederst, dernæst B_1 og sidst B_2 i toppen. Når jokerne er taget ud i trin 2, er der nu tre vifter, V_1 hørende til den med det øverste kort, V_3 hørende til den med det nederste og V_2 den sidste vifte i midten. Når kortene samles sammen her, skal V_2 være nederst, dernæst V_3 og sidst V_1 i toppen. Gøres dette, skulle tricket meget gerne fungere.

Nu har jeg altså lært et korttrick fra mig. Amatørmagikeren kan nu gå ud og imponere sine venner uden ende, men vi kloge børn kunne selvfølgelig godt tænke os at vide, hvordan tricket fungerer matematisk, og vi vil så vidt muligt generalisere det, så det ikke kun behøver at gælde med tallene 18 og 43. Ud fra at vi ved, at der er 54 kort, 52 normale spillekort og 2 jokere, definerer vi nu nogle variable til at hjælpe os undervejs.

♠ Den første joker J_1 har placering j_1 fra oven, og den anden joker J_2 har placering j_2 fra oven. I ovenstående tilfælde er $j_1 = 10$ og $j_2 = 29$.

♠ Kortet K_1 som Stone har set, har placering $j_1 + d_1$ fra oven, hvor d_1 er en eller anden differens, og Weierstrass' kort K_2 har tilsvarende placering $j_2 + d_2$ fra oven. Lad os endvidere antage, at $d_1 > 0$ og $d_2 > 0$.

I trin 1 er kortspillet delt op i tre bunker: B_1 som har størrelse $j_1 + d_1$, B_2 som har størrelse $j_2 + d_2 - j_1 - d_1$, og B_3 som har størrelse $54 - j_2 - d_2$.

Ved at lægge bunkerne i rækkefølgen B_2, B_1 og B_3 set *fra oven*, vil K_1 nu have placering $|B_1| + |B_2|$ og K_2 har placering $|B_2|$. Nu spredes kortene ud i en vifte. Den første joker J_1 var i B_1 og J_2 var i B_2, som vi før så; J_1 har derfor placering $|B_1| + |B_2| - d_1$ i viften og den anden joker har placering $|B_2| - d_2$.

Nu bliver det kompliceret. Jokerne tages nu ud, og vi får de tre vifter V_1, V_2 og V_3 som beskrevet ovenfor. ♡

labelitemi V_1 har størrelse $|B_2| - d_2 - 1 = j_2 - j_1 - d_1 - 1$, idet vi regner fra den anden jokers placering (den har været øverst) og har fjernet en joker.

labelitemi V_2 har størrelse $|B_1| + |B_2| - d_1 - |V_1| - 2 = j_1 + d_2 - 1$, idet vi regner fra den første jokers placering, fraregner kortene i V_1 og fjerner to jokere.

labelitemi V_3 må derpå have størrelse $52 - |V_1| - |V_2| = 54 - j_2 + d_1 - d_2$, idet $|V_1| + |V_2| = j_2 - d_1 + d_2 - 2$.

Ovenstående udregninger er nemme at lave; det næste tager lidt kegler. Efter at have fjernet jokerne, har vi nu et kortspil på 52 kort, hvor K_1 er rykket 2 pladser op og derfor har placering $|B_1| +$

$|B_2| - 2$ og K_2 har placering $|B_2| - 1$, idet den kun er rykket én plads op. K_1 er nu i V_3, idet $|B_1| + |B_2| - 2 > |V_1| + |V_2|$, og K_2 er i V_2, idet $|V_1| + |V_2| \geq |B_2| - 1 > |V_1|$. Placeringen af K_1 i V_3 er derfor

$$(|B_1| + |B_2| - 2) - (|V_1| + |V_2|) = d_1$$

og placeringen af K_2 i V_2 er

$$|B_2| - 1 - |V_1| = j_2 + d_2 - j_1 - d_1 - 1 - (j_2 - j_1 - d_1 - 1) = d_2.$$

Vi placerer nu vifterne i rækkefølgen V_1, V_3 og V_2 igen set *fra oven*. Vi har nu, at K_1 har placering

$$|V_1| + (|B_1| + |B_2| - 2 - |V_1| - |V_2|) = (j_2 - j_1 - d_1 - 1) + d_1 = j_2 - j_1 - 1,$$

og K_2 har placering

$$(|V_1| + |V_3|) + d_2 = 52 - |V_2| - d_2 = 53 - j_1.$$

Altså er kortenes placering bestemt ud fra hvor jokerne placeres; som vi så før, hvor jokerne var placeret på pladserne $j_1 = 10$ og $j_2 = 29$, vil K_1 derfor have placering $29 - 10 - 1 = 18$ og K_2 har placering $53 - 10 = 43$. Jokernes placering kan, som vi har fundet, også varieres, så vi har dermed også en del variationer over samme trick. Det sjoveste er dog, at tricket, utroligt som det er, er ren matematik, og det tager kegler foran et publikum (giv Graham Jolleys optræden et kig og se, hvad jeg mener).

Nu kunne nogen måske undre sig: hvorfor kaster man sig ud i et matematisk argument for, at et korttrick fungerer? Tager det ikke magien væk fra selve tricket? Hertil er svaret selvfølgelig både ja og nej, og argumentet kan man selv trylle sig frem til. Det er lige for næsen af dig.