Skuffeprincippet

Søren Wengel Mogensen

Blokkens side 9-sætning er en lille fiks sag med et meget simpelt bevis, der i og for sig blot er en opfindsom anvendelse af noget så velkendt som skuffeprincippet.

Sætning 1

Lad $a_1, ..., a_n$ være n heltal, som ikke nødvendigvis er forskellige fra hinanden. Da findes altid nogle på hinanden følgende tal $a_{k+1}, a_{k+2}, ..., a_l$, således at $\sum_{i=k+1}^{l} a_i$ er et multiplum af n.

Bevis

Lad $S = \{0, 1, ..., n\}$ og $R = \{0, 1, ..., n-1\}$ og definér $f : S \to R$ ved at $f(k)$ er resten af $\sum_{i=1}^{k} a_i$ ved division med n. Bemærk, at vi lader $f(0) = 0$. Det ses, at $|S| > |R|$, og der må altså ved brug af skuffeprincippet findes $l_1, l_2 \in S, l_1 < l_2$, så $\sum_{i=1}^{l_1} a_i$ og $\sum_{i=1}^{l_2} a_i$ giver samme rest ved division med n. Så kommer vi frem til, at

$$\sum_{i=l_1+1}^{l_2} a_i = \sum_{i=1}^{l_2} a_i - \sum_{i=1}^{l_1} a_i$$

har rest 0 ved division med n. □

Litteratur

[1] Martin Aigner, Günter M. Ziegler. *Proofs from THE BOOK*