

# Opgaver for minimalisten

*Nilin Abrahamsen*

## Blokkens præmieopgave (23. årgang nr. 3)

*De reelle tal  $x, y, z$  opfylder:*

$$x + y + z = 3$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 5$$

$$x^3 + y^3 + z^3 = 7$$

*Hvad er  $x^4 + y^4 + z^4$ ?*

Blandt de korrekte besvarelser med dertil følgende bevis udtrækkes en vinder. Præmien lyder på et gavekort på 100 kr til GAMES.

## Blokkens ekstraopgave (23. årgang nr. 3)

*Vi siger, at  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  er en løsning til den **autonome** differentiaalligning*

$$x' = v(x) \tag{1}$$

*hvis  $f'(t) = v(f(t))$  for alle  $t \in \mathbb{R}$ .*

**Sætning 1** *Hvis  $v \in C^1$  (dvs. kontinuert differentiabel) på  $f(\mathbb{R})$ , så er to forskellige løsninger  $f$  og  $g$  til (1) faktisk forskellige i hvert eneste punkt  $t$ .*

*Således løser  $f(t) = t^3$  ikke (1) hvis  $v \in C^1(\mathbb{R})$ , for så skulle funktionen  $g(t) = 0$  også løse (1), og de to ville være sammenfaldende i  $t = 0$  i modstrid med sætningen.*

*Man har ofte en differentiaalligning og spørger efter en løsning  $f$ .  
I dag vil vi stille det "modsatte" spørgsmål:*

**Opgave:** *Hvilke begrænsede funktioner på  $\mathbb{R}$  er løsning til en  
ligning som (1), hvor  $v$  er  $C^1$  på **hele**  $\mathbb{R}$ ?  
Du kan nøjes med at betragte  $f \in C^\infty(\mathbb{R})$ .<sup>7</sup>*

Svar bedes indsendt til [redaktion@famosweb.org](mailto:redaktion@famosweb.org) senest 1. april.

## Løsninger til sidste bloks opgaver (23. årgang nr. 2)

Tusind tak til Janus Rønn Lind for hans besvarelse af præmieopgaven! Du har vundet et gavekort til GAMES eller en GBP efter eget valg. Og mange tak til Thor Baatrup Kampmann for hans svar på både præmie- og ekstraopgaven. Vi bringer et referat af hans flotte løsning af sidstnævnte.

---

<sup>7</sup> Bemærk, at besvarelse af denne opgave ikke udløser nogen præmie. Til gengæld får de læsere, der indsender en fyldestgørende besvarelse, deres navne offentliggjort i næste FAMØS-blad i den rækkefølge, vi modtager jeres svar! Enhver af vores kære læsere, der korrekt besvarer fire på hinanden følgende opgaver, kan vælge at få trykt sit ansigt på forsiden af FAMØS.