

Løsning på sidste bloks ekstraopgave

løst af Thor Baatrup Kampmann

Opgaven: Du har nu fået dig et studiejob i kantinen. I mellemtiden er de andre studerende blevet mere udspekulerede, så et vilkårligt antal af deres mønter er falske. En falsk mønt vejer $22/7$ gram, og en ægte vejer π gram. Først efter en hel time i kassen kommer du i tanker om, at der er falske mønter i omløb. Du skal nu bestemme, hvor meget af kassebeholdningen udgøres af falske mønter. Du smider derfor hele kassebeholdningen på digitalvægten. (Vægten afrunder til nærmeste heltal) Du aflæser: 1084,247 gram. (afrundet) Hvor mange mønter er falske?

De falske mønter er lidt tungere end de ægte: $\pi < 22/7$. Kantinedamen har r ægte mønter og f falske, hvilket giver ligningen:

$$\pi r + \frac{22}{7}f = 1084,247 + \epsilon \quad (1)$$

hvor $|\epsilon| \leq 0,5/1000$. Hun gætter på, at hun har $345 \approx 1084/\pi$ mønter. Dette er rigtigt, da:

$$344 \times \frac{22}{7} < 1084 \text{ og } 346 \times \pi > 1086$$

hvor venstresiden maksimerer vægten under antagelse af, at hun havde færre end 345 mønter, mens højresiden minimerer vægten

under antagelse af flere end 346.

Dette reducerer [1](#) til den lineære ligning i f

$$345\pi + \left(\frac{22}{7} - \pi\right)f = \pi(345 - f) + \frac{22}{7}f = 1084,247 + \epsilon$$

med løsningen

$$f = \frac{1084,247 - 345\pi + \epsilon}{22/7 - \pi} = 314,38\dots + \frac{\epsilon}{22/7 - \pi}\dots$$

Men $22/7 - \pi > 1/1000$, så det sidste led er mindre end $\frac{0,5/1000}{1/1000} = 0.5$. Men så er f det eneste heltal med $|f - 314,38\dots| < 0.5$, dvs. der ligger 314 falske månter på vægten. Som Thor konstaterer: “kantinedamer er gode til hovedregning... :P”